

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой вычислительной математики  
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)



М. Леденева  
21.04.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.16 Математическая статистика**

- 1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**  
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Инженерия программного обеспечения
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)
- 6. Составитель программы:** Новикова Нелля Михайловна, д.т.н., профессор, профессор кафедры ВМ и ПИТ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ 15.04.2022, протокол № 8
- 8. Учебный год** 2023-2024 **Семестр:** 4
- 9. Цели и задачи учебной дисциплины**  
*Цель учебной дисциплины:* сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам математической статистики как теоретической основы статистической обработки данных.  
*Задачи учебной дисциплины:*  
изучение основных задач математической статистики;  
формирование у обучающихся навыков решения прикладных задач статистической обработки данных, в том числе с использованием пакетов прикладных программ
- 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** обязательная часть.

Изучение данной дисциплины базируется на теоретических знаниях и практических навыках, полученных в результате освоения следующих дисциплин: Теория вероятностей, Дискретная математика, Математический анализ.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Решает типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, сформулированных в рамках базовых дисциплин математики, информатики и естественных наук.	<i>Знать:</i> основные типы задач математической статистики и методы их решения. <i>Уметь:</i> осуществить подготовку исходной информации для применения методов математической статистики. <i>Владеть:</i> инструментальными средствами (ППП) решения основных типов задач математической статистики.
		ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы для формализации решения прикладных задач.	<i>Знать:</i> основные принципы системного подхода и особенности его реализации при использовании аппарата математической статистики. <i>Уметь:</i> применять системный подход для формализации прикладной задачи в условиях стохастической неопределенности. <i>Владеть:</i> методами анализа и интерпретации результатов, полученных в результате статистической обработки данных.

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах: 3/108**

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		3 семестр	...
Контактная работа	64	64	
в том числе:	лекции	32	32
	практические	16	16
	лабораторные	16	16
Самостоятельная работа	44	44	
Промежуточная аттестация (зачет)	-	-	
Итого:	108	108	

**13.1. Содержание разделов дисциплины**

1. Лекции			
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	
1.1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	Предмет и задачи математической статистики Основы выборочного метода. Задачи математической статистики и вероятностно-статистическая модель. Выборка. Выборочные моменты. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Асимптотическое поведение выборочных моментов. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.	moodle (Теория вероятностей и МС) edu.vsu.ru
1.2	Точечные оценки параметров распределения	Точечные оценки и их свойства.: несмещенность, состоятельность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки. Достаточные статистики. Теорема Неймана-Фишера..	
1.3	Методы нахождения точечных оценок	Методы нахождения точечных оценок. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия Метод моментов.	
1.4	Распределения, связанные с нормальным распределением	Квадратичные и линейные формы от нормальных случайных величин, их свойства. Теорема Фишера. Распределение хи - квадрат (Пирсона); свойства распределения; числовые характеристики. Распределение Стьюдента; его свойства; числовые характеристики. Распределение Фишера-Снедекора; его свойства и числовые характеристики.	
1.5	Интервальное оценивание	Построение доверительных интервалов с помощью центральной статистики. Построение доверительных интервалов для параметров нормальной генеральной совокупности. Построение асимптотического доверительного интервала.	
1.6	Проверка статистических гипотез	Проверка простых параметрических гипотез. Рандомизированные и нерандомизированные критерии. Вероятности ошибочных решений. Функция мощности. Равномерно наиболее мощные критерии. Выбор из двух простых гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка сложных параметрических гипотез.	
1.7	Критерии согласия и однородности	Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности хи-квадрат. Критерий однородности Колмогорова-Смирнова.	
1.8	Метод наименьших квадратов	Метод наименьших квадратов и функция регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов и ее свойства. Функция регрессии. Оценка параметров линейной регрессии.	
2. Практические занятия			
2.1	Основы выборочного метода.		moodle (Теория вероятностей и МС) edu.vsu.ru
2.2	Задача определения точечных оценок неизвестных параметров распределения. Методы нахождения точечных оценок.		
2.3	Интервальное оценивание неизвестных параметров распределения.		
2.4	Проверка статистических гипотез.		
2.5	Критерии согласия и однородности.		

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№	Наименование	Виды занятий (количество часов)
---	--------------	---------------------------------

п/п	темы (раздела) дисциплины	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	4	2	2	4	12
2	Точечные оценки параметров распределения	6	2	4	6	18
3	Методы построения точечных оценок	4	2	-	5	11
4	Распределения, связанные с нормальным распределением	4	-	-	6	10
5	Интервальное оценивание	4	3	4	6	17
6	Проверка статистических гипотез	6	4	4	9	23
7	Критерии согласия И однородности	2	1	-	4	7
8	Метод наименьших квадратов	2	2	2	4	10
	<b>Итого:</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>44</b>	<b>108</b>

#### **14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Математическая статистика». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как пополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с полным пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Высшая школа лишь создает для этого необходимые условия. Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют обучающегося, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы программы учебного курса, и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале, а какие вообще опущены.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Требуется творческое отношение и к самой программе учебного курса. Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера. Все эти вопро-

сы не составляют сути, понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли студенту стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам.

В создании своего авторского лекционного курса преподаватель руководствуется двумя документами – Федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой. Совершенно недостаточно только слушать лекции. Важно студенту понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним по теме занятий, делайте выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутой план, тезисы, цитаты, конспект.

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-1079-8. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167844">https://e.lanbook.com/book/167844</a> (дата обращения: 15.11.2021).

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-1429-1. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168478">https://e.lanbook.com/book/168478</a> (дата обращения: 15.11.2021).
3	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2005. – 479 с.
4	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва : Высш. шк., 2007. – 403 с.
5	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций. / Под ред. Свешникова А.А. – Москва: Лань, 2008. – 448 с. Режим доступа: <a href="http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=399">http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&amp;pl1_id=399</a>

6	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. Режим доступа <a href="http://www.novikova-nm.ru">http://www.novikova-nm.ru</a>
7	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. Режим доступа <a href="http://www.novikova-nm.ru">http://www.novikova-nm.ru</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8	<a href="http://www.lib.vsu.ru/">http://www.lib.vsu.ru/</a> ВГУ Зональная научная библиотека
9	Манита А.Д. Теория вероятностей и математическая статистика / Д.А. Манита. – Москва : МГУ, 2012. – 210 с. Режим доступа: <a href="http://teorver-online.narod.ru">http://teorver-online.narod.ru</a>
10	<a href="https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info">https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info</a> Теория вероятностей и математическая статистика / НОУ ИНТУИТ
11	Ляликова, В.Г. Курс «Теория вероятностей и МС» / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=17974">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=17974</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
16	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. Режим доступа <a href="http://www.novikova-nm.ru">http://www.novikova-nm.ru</a>
17	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учеб. пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. Режим доступа <a href="http://www.novikova-nm.ru">http://www.novikova-nm.ru</a>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Теория вероятностей и математическая статистика», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

## 18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
<b>Лекции</b>	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО).
<b>Практические занятия</b>	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО).
<b>Лабораторные занятия</b>	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Windows 10 (лицензионное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО).

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Лабораторная работа 1
2	Точечные оценки параметров распределения. Методы построения точечных оценок		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Лабораторная работа 2
3	Методы построения точечных оценок		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания
4	Распределения, связанные с нормальным распределением		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Опрос
5	Интервальное оценивание		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Лабораторная работа 3
6	Проверка статистических гипотез		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания
7	Критерии согласия и однородности		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Опрос
8	Метод наименьших квадратов		ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания
Промежуточная аттестация: форма контроля – экзамен				Перечень вопросов заданий

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: Практико-ориентированные задания и лабораторные работы.

#### Лабораторные работы

Задания лабораторных работ, методические указания по их выполнению, требования к оформлению сформулированы в пп.6,7 (16, 17) Перечня литературы и учебно-методического обеспечения. Каждая лабораторная работа содержит практико-ориентированное задание, которое выполняется с помощью пакета MatLab. Оценивание лабораторной работы осуществляется на основе отчета.

#### Примеры практико-ориентированных заданий

1. По схеме бесповторной выборки в некотором крупном городе проводилось исследование количества вызовов скорой помощи в сутки. За последние три года отобраны 90 дней. Результаты представлены в таблице

Число вызовов	Менее 400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	Более 900	Итого
Кол-во дней	9	12	21	20	18	8	2	90

Найти: а) вероятность того, что среднее число вызовов в день за указанный период отличается от среднего их количества в выборке не более чем на 25 (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0.95 заключена доля тех дней за рассматриваемый период, в которых количество вызовов было не менее 700.

2. По данным задачи 1, используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что случайная величина *количество вызовов в день* распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 образцов сырья по процентному содержанию в них минерала  $X$  (%) и минерала  $Y$  (%) представлено в таблице

$X, Y$	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	Итого
20-30	4	3	1			8
30-40	3	5	2	2		12
40-50	1	4	10	4		19
50-60		3	4	5	2	14
60-70			1	3	3	7
Итого	8	15	18	14	5	60

Необходимо: а) вычислить групповые средние и построить эмпирические линии регрессии; б) вычислить коэффициент корреляции и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ; в) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии; г) используя соответствующее уравнение регрессии, определить процентное содержание минерала  $X$  в сырье, содержащем 18% минерала  $Y$ .

4. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений  $\sigma = 40$  м произведено 5 равнозначных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния  $a$  до цели с надежностью 0,95, зная среднее арифметическое результатов измерений  $\bar{x} = 2000$  м.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета. Оценивание обучающихся осуществляется в соответствии со следующими **критериями**:

- зачтено, если зачтены все лабораторные работы с представлением отчетов;
- не зачтено, если хотя бы одна лабораторная работа не зачтена.